

# LANDESANSTALT FÜR UMWELTSCHUTZ Baden – Württemberg

INSTITUT FÜR WASSER- UND  
ABFALLWIRTSCHAFT

## Temperaturfelder im Grundwasser

als Folge von Einleitungen erwärmten oder abgekühlten Wassers

und deren Berechnung mit Hilfe analytischer Ansätze



Karlsruhe

Temperaturfelder im Grundwasser

als Folge von Einleitungen erwärmten und abgekühlten  
Wassers und deren Berechnung mit Hilfe analytischer Ansätze

Herausgegeben

von

der Landesanstalt für Umweltschutz  
Baden-Württemberg  
Institut für Wasser- und Abfallwirtschaft

bearbeitet von Dipl.-Ing. D. Willibald  
auf der Grundlage eines Gutachtens von  
Prof.Dr.-Ing. H. Kobus und Dipl.-Ing. H. Mehlhorn

Karlsruhe, im Mai 1980

## Inhalt

	Seite
1. Vorbemerkungen	1
2. Grundlagen	2
2.1 Wärmeausbreitung im Boden und im Grundwasser	2
2.2 Wärmehaushalt des Bodens und des Grundwassers	3
2.3 Hydraulische und thermische Kenngrößen	
3. Annahmen und Vereinfachungen	7
3.1 Hydraulik	7
3.2 Thermik	8
4. Grenzen des Anwendungsbereiches	9
5. Schluckbrunnen ohne Beeinflussung durch Entnahme	12
6. Schluck- und Förderbrunnen in geringem Abstand	16
6.1 Kurzschlußströmung	16
6.2 Strömungs- und Temperaturfeld	19
6.3 Schräge Anströmung	22
7. Berechnungsbeispiele	22
7.1 Schluckbrunnen ohne Beeinflussung durch Entnahme	22
7.2 Schluck- und Förderbrunnen in geringem Abstand	25
8. Vermischungseffekte	
9. Begriffe und Formelzeichen	

## 1. Vorbemerkungen

Die zunehmende thermische Nutzung des Grundwassers durch Wärmepumpen weckte das Bedürfnis nach einfachen Berechnungsverfahren zur Abschätzung von Form und Größe der Temperaturfelder, welche durch die Einleitung des abgekühlten Wassers in das Grundwasser entstehen. Im Auftrag des Ministeriums für Ernährung, Landwirtschaft und Umwelt Baden-Württemberg hat die Landesanstalt für Umweltschutz Baden-Württemberg, Institut für Wasser- und Abfallwirtschaft Prof. Dr. Kobus, Universität Stuttgart beauftragt, vereinfachte analytische Berechnungsverfahren zu entwickeln. Ergebnisse dieses Gutachtens von Prof. Dr. H. Kobus und Dipl.-Ing. H. Mehlhorn liegen dieser Arbeit zugrunde.

Die Temperatúrausbreitung im Grundwasser ist ein außerordentlich komplizierter Vorgang, welcher derzeit auch durch aufwendige mathematische Modelle nicht umfassend beschrieben werden kann. Noch weniger können die in dieser Arbeit vorgestellten analytischen Ansätze als allgemeingültige Berechnungsmethoden angesehen werden. Sie erlauben jedoch in vielen Fällen ausreichend genaue Aussagen über die voraussichtliche Form und Größe von Temperaturfeldern und sind somit den bisherigen Schätzverfahren überlegen. Die Entwicklung umfassenderer Verfahren steht noch aus. Wegen der Kompliziertheit der Ausbreitungsvorgänge und der Unterschiedlichkeit der hydrogeologischen Gegebenheiten werden auch die umfassenderen Verfahren keinesfalls schablonenhaft anwendbar sein.

Die Berechnungsverfahren können in gleicher Weise für die Berechnung von Temperaturfeldern als Folge der Einleitung warmen wie kalten Wassers verwendet werden.

Die analytischen Ansätze zur Berechnung der Grenzstromlinie und der Fließzeit sind auch anwendbar bei der Bestimmung der Grenzen von Trinkwasserschutzgebieten. Fragen der Schadstoffausbreitung durch Vermischungsvorgänge werden durch die Ausführungen des Kap. 8 berührt.

## 2. Grundlagen

### 2.1 Wärmeausbreitung im Boden und im Grundwasser

Die Wärmeausbreitung im wasserungesättigten Boden erfolgt in erster Linie durch Wärmeleitung. Sie wird beschrieben durch die Beziehung:

$$p = \lambda \frac{\Delta T}{m_D} \quad (1)$$

$p$	[W/m <sup>2</sup> ]	Wärmestromdichte
$\lambda$	[W/mK]	Wärmeleitfähigkeit
$\Delta T$	[K, °C]	Temperaturdifferenz beiderseits einer Schicht
$m_D$	[m]	Mächtigkeit der Schicht

Neben der Wärmeleitung ist in der ungesättigten Bodenzone der Wärmetransport durch versickerndes Niederschlagswasser von Bedeutung.

Im von Grundwasser durchströmten Boden überwiegt der Wärmetransport durch das fließende Wasser in der Regel den Wärmetransport durch Wärmeleitung erheblich. Die Bewegung des Wassers hat ihre Ursache vielfach nicht nur in einem hydraulischen Gefälle sondern auch in Dichteunterschieden, beispielsweise als Folge unterschiedlicher Temperaturen. Außerdem machen sich im Grundwasser Vermischungserscheinungen (Dispersion) bemerkbar. Diese werden im fließenden Grundwasser besonders durch mechanische Vermischungsvorgänge als Folge der Inhomogenität des Grundwasserleiters verursacht.

Der Wärmetransport durch das fließende Wasser läßt sich beschreiben durch die Beziehung:

$$p = v \cdot c_w \cdot \rho_w \cdot \Delta T \quad (2)$$

$v$	[m/s]	Fließgeschwindigkeit des Wassers
$c_w = 4,19 \cdot 10^3$	[J/K kg]	spezifische Wärme des Wassers
$\rho_w = 10^3$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte des Wassers
$\Delta T$	[K, °C]	Temperaturabweichung des fließenden Wassers gegenüber der Umgebung

Die Temperatur des Grundwasserleiters ist - zumindest bei Lockergesteingrundwasserleitern - gleich der Temperatur des Grundwassers. Durch die Einleitung warmen oder kalten Wassers wird somit auch die Temperatur des Steingerüstes verändert. Infolge seiner hohen Wärmespeicherfähigkeit dehnt sich die Wärme wesentlich langsamer aus als das Wasser fließt. Diese Tatsache trägt mit dazu bei, daß die Temperaturfelder ihre endgültige Größe erst nach sehr langer Dauer der Wassereinleitung erreichen.

## 2.2 Wärmehaushalt des Bodens und des Grundwassers

Neben dem Einfluß auf- und absteigenden Grundwassers ist für den Wärmehaushalt tieferer Bodenschichten hauptsächlich der geothermische Wärmestrom von Bedeutung. Er ist örtlich unterschiedlich groß und beträgt im Mittel etwa  $p = 0,05 - 0,1 \text{ W/m}$ . Eine Folge des geothermischen Wärmestromes ist der Temperaturanstieg mit der Tiefe (Geothermische Tiefenstufe).

Nahe der Erdoberfläche wird die Temperatur des Bodens nahezu ausschließlich durch den Wärmeaustausch mit der Atmosphäre bestimmt und ist naturgemäß stärkeren Schwankungen unterworfen. Zur Tiefe hin nimmt die Amplitude der Schwankungen

in etwa exponentiell ab unter gleichzeitiger zeitlicher Verschiebung. In 10 m Tiefe beträgt die Zeitverschiebung ungefähr ein halbes Jahr, wobei die Temperaturschwankungen nur noch wenig mehr als ein K betragen (Bild 1).

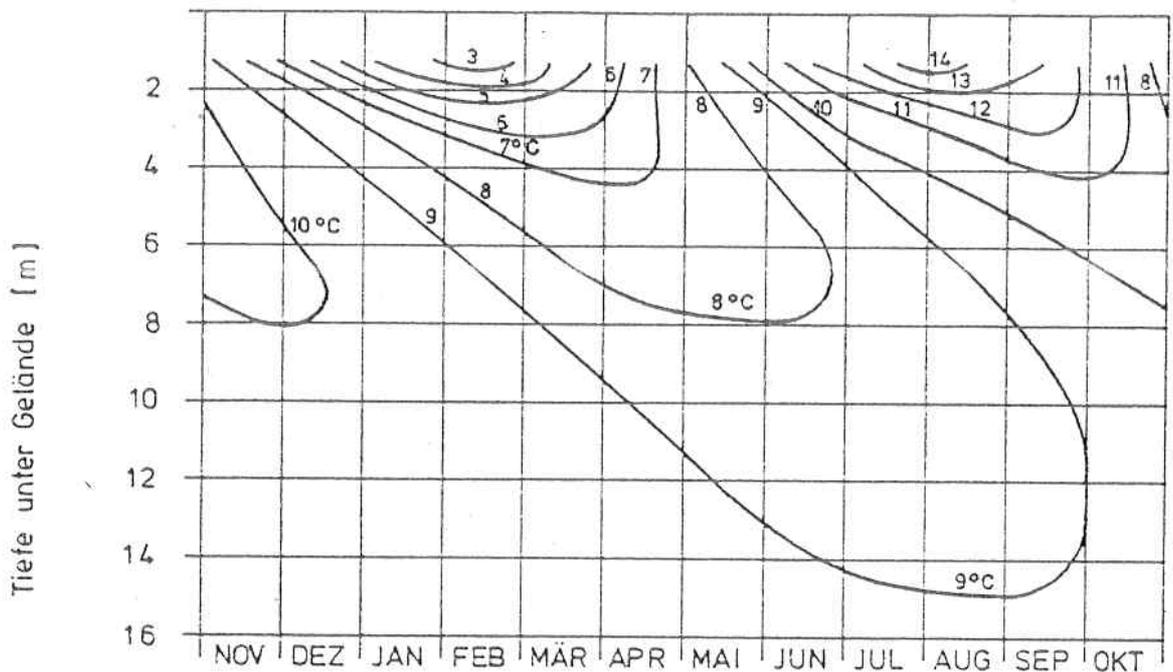


Bild 1 Schematischer Verlauf der Temperaturgleichen während des Jahres

Die Größe des Wärmeaustausches ist abhängig von der Bodenbedeckung und -nutzung, der Bodenart und der Exposition zur Sonne. Entsprechend sind beispielsweise unter Waldgebieten sowohl die mittlere Bodentemperatur als auch die Temperaturschwankung niedriger als unter landwirtschaftlich genutzten Flächen. Besonders hohe Temperaturen sind unter Siedlungsgebieten zu beobachten.

Die Vermischungseffekte verstärken im grundwasserdurchflossenen Boden den vertikalen Temperatenausgleich. Je stärker dieser ist, desto mehr machen sich jahreszeitbedingte Temperaturschwankungen auch in größeren Tiefen bemerkbar. Dadurch können die Temperaturschwankungen an der Grundwasseroberfläche gedämpft werden. Außerdem vermindert sich durch den vertikalen Wärmetransport die Phasenverschiebung, mit welcher sich die jahreszeitlichen Temperaturschwankungen in der Tiefe bemerkbar machen.

Bei der Fließgeschwindigkeit des Wassers, welche für den Wärmetransport im Grundwasser maßgebend ist, muß unterschieden werden zwischen der:

Filtergeschwindigkeit  $v_f = I \cdot k_f$  (3) und der

Abstandsgeschwindigkeit  $v_a = \frac{v_f}{n_{eff}}$  (4)

$I$  - Grundwassergefälle

$k_f$  [m/s] Durchlässigkeit des Grundwasserleiters

$n_{eff}$  - effektiver, d.h. durchflußwirksamer Porenanteil im Grundwasserleiter (Porosität).

Das Grundwassergefälle des unbeeinflussten Grundwasserstromes und die Durchlässigkeit des Grundwasserleiters sind für jeden Einzelfall zu ermitteln. Der effektive Porenanteil ist vielfach in den einzelnen Grundwasserleitern unterschiedlich. Sofern im Einzelfall keine genauen Werte bekannt sind, können die Werte der Tabelle 1 als Anhalt dienen.

Grundwasserleiter	$n_{eff}$
schluffiger Kies-Sand	0,10 bis 0,16
Feinsand	0,12 bis 0,18
Mittelsand	0,14 bis 0,21
Grobsand	0,18 bis 0,25
Feinkies	0,16 bis 0,23
Mittelkies	0,15 bis 0,22

Tabelle 1: Charakteristische Zahlenwerte für  $n_{eff}$

Die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  sowie die für die folgenden stationären Berechnungen nicht benötigte spezifische Wärme des Bodens  $c$  sind abhängig von der Bodenart, dem Wassergehalt und der Lagerungsdichte. Mit Untersuchungen zur Bestimmung dieser geothermischen Kenngrößen wurde bei der Landesanstalt für Umweltschutz begonnen. Bis zum Vorliegen genauerer Angaben kann für die Wärmeleitfähigkeit der Bodenschichten über dem Grundwasser (Grundwasserüberdeckung) der Wert  $\lambda = 2 \text{ W/m K}$  angesetzt werden.

### 3. Annahmen und Vereinfachungen

#### 3.1 Hydraulik

Die Berechnungen gehen aus von einem gespannten, homogenen, isotropen Grundwasserleiter konstanter Mächtigkeit  $m_G$  mit horizontaler Grundwasseroberfläche, in dem eine in Richtung und Größe konstante Grundwasserströmung herrscht. Weiter wird

angenommen, daß dem Grundwasser über einen Vertikalbrunnen, welcher den Grundwasserleiter durchteuft und über dessen ganze Mächtigkeit verfiltert ist, eine konstante Einleitung der Größe  $Q$  mit einer von der natürlichen Grundwassertemperatur um die gleichbleibende Differenz  $\Delta T_E$  abweichenden Temperatur zugeführt wird.

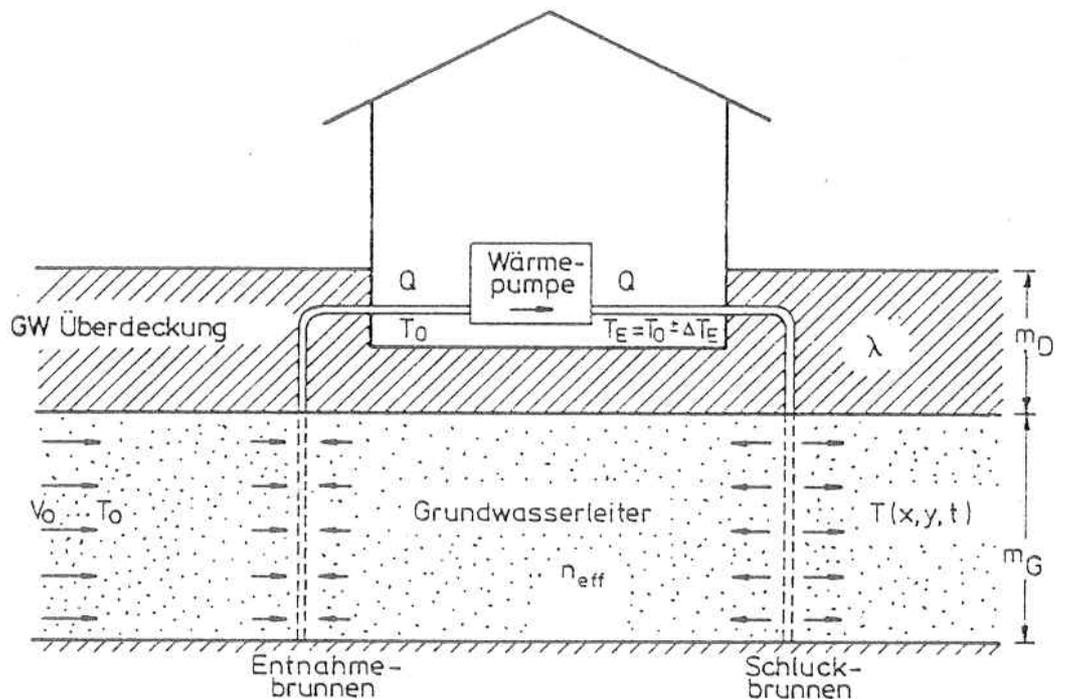


Bild 2 Prinzipskizze und Definitionen

Die analytischen Ansätze erfassen zwei Strömungskonfigurationen:

1. Schluckbrunnen ohne Beeinflussung durch Entnahme und
2. Schluckbrunnen in sehr geringer Entfernung  $a$  grundwasserunterstrom des Entnahmebrunnens (Dipolströmung).

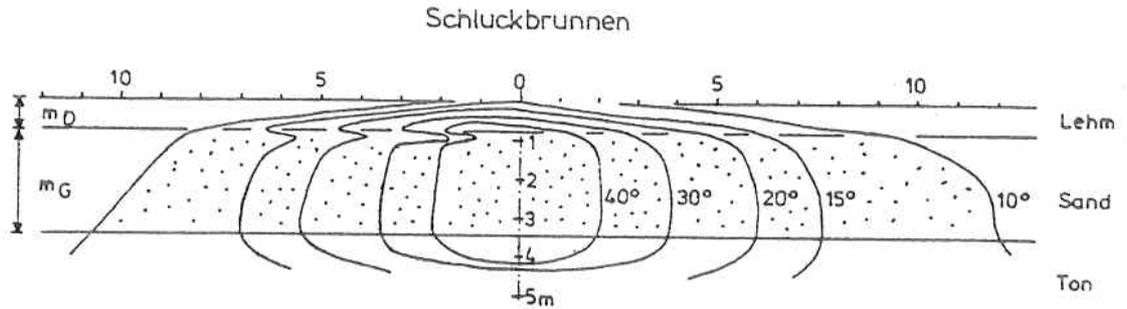
### 3.2 Thermik

Die Berechnungen gehen von einem Grundwasser mit konstanter (nicht jahreszeitlich veränderlicher) Temperatur aus, welche gleich der mittleren, durch die Einflüsse der Atmosphäre bestimmten Bodentemperatur an der Erdoberfläche ist. Da auch der geothermische Wärmestrom vernachlässigt wird, bleiben alle Wärmeaustauschvorgänge zwischen dem thermisch nicht beeinflussten Grundwasser und der Umgebung unberücksichtigt.

Es wird angenommen, daß die Temperatur des Grundwasserleiters auch im Bereich der Temperaturanomalie sich über die Tiefe nicht ändert. Im Grundwasserleiter werden der vertikale Wärmetransport und die Wärmeleitung vernachlässigt. Die Wärmeausbreitung im Grundwasser erfolgt somit nur durch den Wärmetransport des entsprechend seines hydraulischen Gefälles fließenden Grundwassers. Wärmetransport durch Dichteströmungen und Vermischungseffekte sowie die Wärmeleitung bleiben unberücksichtigt.

Aufgrund dieser Annahmen ergibt sich, daß der Wärmeaustausch zwischen dem Temperaturfeld und der Umgebung nur durch Wärmeleitung über die das Grundwasser überdeckende Bodenschicht der konstanten Mächtigkeit  $m_D$  und der gleichbleibenden Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  erfolgt. Der Wärmeaustausch über die Sohle und die Flanken des Temperaturfeldes wird vernachlässigt.

Bild 3 zeigt einen vertikalen Schnitt durch ein Temperaturfeld als Folge einer Einleitung von warmen Wassers über 64 Tage.



[nach WERNER, D; KLEY, W 1977]

Bild 3 Vertikaler Schnitt durch ein instationäres Temperaturfeld

#### 4. Grenzen des Anwendungsbereiches

Für die in der Praxis vorkommenden Fälle treffen die o.a. Annahmen und Voraussetzungen in der Regel nicht zu. Es ist daher im Einzelfall zu prüfen, inwieweit die dem Verfahren zugrunde liegenden Annahmen in dem zu untersuchenden Fall noch zulässig sind.

#### Gespannter, homogener, isotroper, horizontaler, konstant mächtiger Grundwasserleiter

Die Berechnungsverfahren sind auch anwendbar bei Grundwasser mit freier Oberfläche, wenn dessen Mächtigkeit groß ist gegenüber den Wasserstandsveränderungen infolge Wasserentnahme und -einführung. Bei geschichteten Grundwasserleitern fließt das Wasser in den Schichten mit größerer Durchlässigkeit schneller, als sich im Mittel nach der Berechnung ergibt. Entsprechend dehnt sich auch das Temperaturfeld in diesen Schichten weiter aus. Vertikale Wärmeleitung und Dispersion wirken einem bevorzugten horizontalen Wärmetransport in diesen durchlässigeren Schichten entgegen. Im allgemeinen können jedoch Lockergesteinsgrundwasserleiter als ausreichend homogen angenommen werden. Dagegen kann bei Kluft- und Karstgrundwasserleitern diese Homogenität in der Regel nicht vorausgesetzt werden.

Änderungen der Grundwassermächtigkeiten wirken sich meistens auf die Grundwasserfließgeschwindigkeit aus.

#### In Richtung und Größe konstante Fließgeschwindigkeit

Wenn die Grundwasserfließrichtung sich ändert, verbreitert sich die Temperaturanomalie. Entsprechend geht die Reichweite zurück. Der zeitliche Wechsel der Fließgeschwindigkeit ist in der Regel von geringem Einfluß. Örtlich sich ändernde Fließgeschwindigkeiten sind bei der Berechnung der Verweilzeiten zu berücksichtigen.

#### Brunnenfilter über die gesamte Mächtigkeit des Grundwasserleiters

Wenn die Filterlänge im Verhältnis zur Mächtigkeit des Grundwasserleiters nicht zu klein ist, dagegen die horizontal-vertikale Anisotropie des Grundwasserleiters und die Einleitungsmenge im Vergleich zum Grundwasserstrom gering sind, kann auch bei unvollkommenen Brunnen die gesamte Grundwassermächtigkeit in Rechnung gesetzt werden. Andernfalls ist die Mächtigkeit des Grundwasserleiters auf die für die Einleitung hydraulisch wirksame Schichtstärke zu vermindern.

#### Konstante Einleitung und gleichbleibende Temperaturen

Wenn bei nicht zu geringen Deckschichten die maßgebenden Verweilzeiten groß sind gegenüber dem Jahresturnus und die Grundwasserfließgeschwindigkeiten nicht zu hoch sind, ist die vom jahreszeitbedingten Wärmebedarf abhängige Schwankung des Einleitungsstromes sowie der Wechsel der Temperaturen des Erdbodens und des eingeleiteten Wassers von geringem Einfluß auf die flächenmäßige Ausdehnung des Temperaturfeldes. In den anderen Fällen kann der jahreszeitlich bedingte Temperaturgang das Bild der Temperaturanomalie so maßgebend prägen, daß die stationären Berechnungsansätze die tatsächlichen Gegebenheiten nur unzureichend beschreiben können. Die Form des Temperaturfeldes kann

jedoch durch die jahreszeitliche Schwankung des Einleitungsstromes beeinflußt werden. Beispielsweise wird bei Wärmepumpen die stärkere Einleitung während der Heizperiode zu einer Verbreiterung des Infiltrationsbereiches führen. Zur Abschätzung der tatsächlichen Breite empfiehlt es sich, die Berechnung auch für die während der Heizperiode maßgebenden Einleitungsmenge durchzuführen.

#### Geothermischer Wärmestrom, Wärmeaustausch über die Sohle und die Flanken des Temperaturfeldes

Der Einfluß des geothermischen Wärmestroms (Temperaturgradient ca. 0,03 K/m) ist bei nicht zu großen Flurabständen klein gegenüber dem Wärmestrom von oben (Temperaturgradient =  $\Delta T/m_D$ ).

Während der Wärmeaustausch über die Flanken in der Regel den Wärmehaushalt wenig beeinflußt, führt der Wärmeaustausch über die Sohle zu einer zwar langsamen aber lange Zeit zur Tiefe hin fortschreitenden Ausdehnung der Temperaturanomalie. Diese Ausdehnung trägt mit dazu bei, daß sich ein quasistationärer Endzustand erst nach sehr langer Zeit einstellt.

#### Dispersion und Dichteströmung, konstante Temperatur über die Tiefe des Grundwasserleiters

Die horizontale Dispersion quer zur Fließrichtung wird insbesondere bei hohen Grundwasserfließgeschwindigkeiten und geringen Einleitungsmengen, bei welchen sich rechnerisch schmale, langgezogene Temperaturfelder ergeben, zu einer Verbreiterung der Fahne des thermisch beeinflussten Wassers führen. Entsprechend vermindert sich dadurch die Reichweite des Temperaturfeldes in Grundwasserfließrichtung. Hinweise für eine Abschätzung des Einflusses von Vermischungseffekten gibt Kap. 8.

Im stationären Fall beeinflußt die Dispersion in Fließrichtung das Temperaturfeld wenig. Je stärker die vertikale Dispersion das Temperaturgefälle über die Tiefe des Grundwasserleiters

vermindert desto eher ist die Annahme einer über die Grundwassermächtigkeit konstanten Temperatur gerechtfertigt. Das Temperaturgefälle, welches sich als Folge des Wärmeaustausches mit der Erdoberfläche auch im Grundwasserleiter einstellt, kann daher ohne großen Fehler im allgemeinen vernachlässigt werden.

Temperaturschichtungen als Folge von Dichteströmungen sind bei den im Zusammenhang mit Wärmepumpen maßgebenden Temperaturbereich und Temperaturdifferenzen im allgemeinen nicht zu erwarten.

#### 5. Schluckbrunnen ohne Beeinflussung durch Entnahme

Der Schluckbrunnen wird nicht beeinflusst, wenn die Entnahme in sehr großer Entfernung vom Schluckbrunnen oder aus einem anderen Grundwasserstockwerk erfolgt.

Wird der Schluckbrunnen in den Koordinatenursprung gelegt und die Grundwasserfließrichtung parallel zur X-Achse angenommen, ergibt sich eine Strömungskonfiguration nach Bild 4.

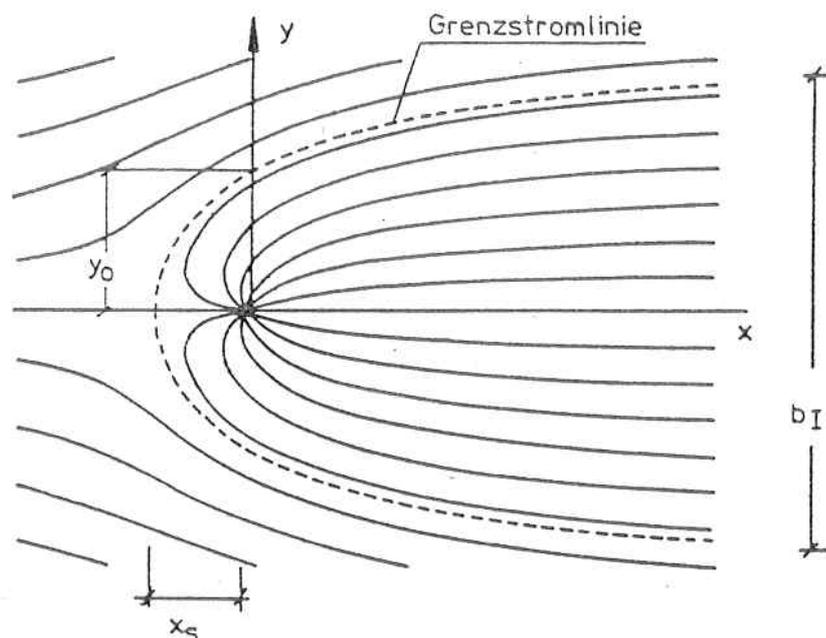


Bild 4 Stromlinien im Bereich eines Schluckbrunnens

Die Funktion der Grenzstromlinie lautet, wenn  $v_{fo}$  die Filtergeschwindigkeit des unbeeinflussten Grundwassers ist:

$$x = \frac{y}{\tan \left( \pi - \frac{2 \pi m_G v_{fo}}{Q} y \right)} \quad (5)$$

Der Staupunkt oberstrom des Schluckbrunnens hat von diesem einen Abstand von:

$$x_s = - \frac{Q}{2 \pi m_G v_{fo}} \quad (6)$$

Der Abstand der Grenzstromlinie auf der  $y$ -Achse ( $x = 0$ ) beträgt:

$$y_o = \pm \frac{Q}{4 m_G v_{fo}} \quad (7)$$

In sehr großem Abstand vom Schluckbrunnen erreicht der Infiltrationsbereich eine Breite von:

$$b_I = | 4 y_o | = \frac{Q}{m_G v_{fo}} \quad (8)$$

Die Temperatur des Wassers im Infiltrationsbereich ist abhängig von dem Zeitraum, welcher seit der Einspeisung verstrichen ist und in dem ein Wärmeaustausch über die Erdoberfläche möglich war. Der Abbau der Temperaturdifferenz zwischen eingespeistem Wasser und natürlichem Grundwasser von  $\Delta T_E$  am Schluckbrunnen auf die Temperaturdifferenz  $\Delta T$  kann durch folgende Exponentialgleichung beschrieben werden:

$$\Delta T = \Delta T_E \cdot e^{-\frac{\lambda}{n_{eff} \cdot \rho_w \cdot c_w \cdot m_G \cdot m_D} \cdot t} \quad (9)$$

Darin ist:  $\Delta T_E$  Temperaturdifferenz zwischen dem eingeleiteten Wasser und dem natürlichen Grundwasser

$\Delta T$  Noch vorhandene Temperaturdifferenz, wenn seit dem Zeitpunkt der Einleitung die Zeit  $t$  (Verweilzeit) verstrichen ist

Die für einen Abbau der Temperaturveränderung von  $\Delta T_E$  auf  $\Delta T$  erforderliche Verweilzeit ist somit:

$$t = \frac{n_{eff} \cdot \rho_w \cdot c_w \cdot m_G \cdot m_D}{\lambda} \cdot \ln \frac{\Delta T_E}{\Delta T} \quad (10)$$

Die Berechnung der für die Verweilzeiten erforderlichen Fließstrecken erfolgt mit Hilfe dimensionsloser Beziehungen.

Mit der "dimensionslosen Verweilzeit"

$$t^* = \frac{2 \pi v_{fo}^2 m_G}{Q \cdot n_{eff}} \cdot t \quad (11)$$

und den "dimensionslosen Entfernungen"

$$x^* = \frac{2 \pi v_{fo} m_G}{Q} \cdot x \quad (12)$$

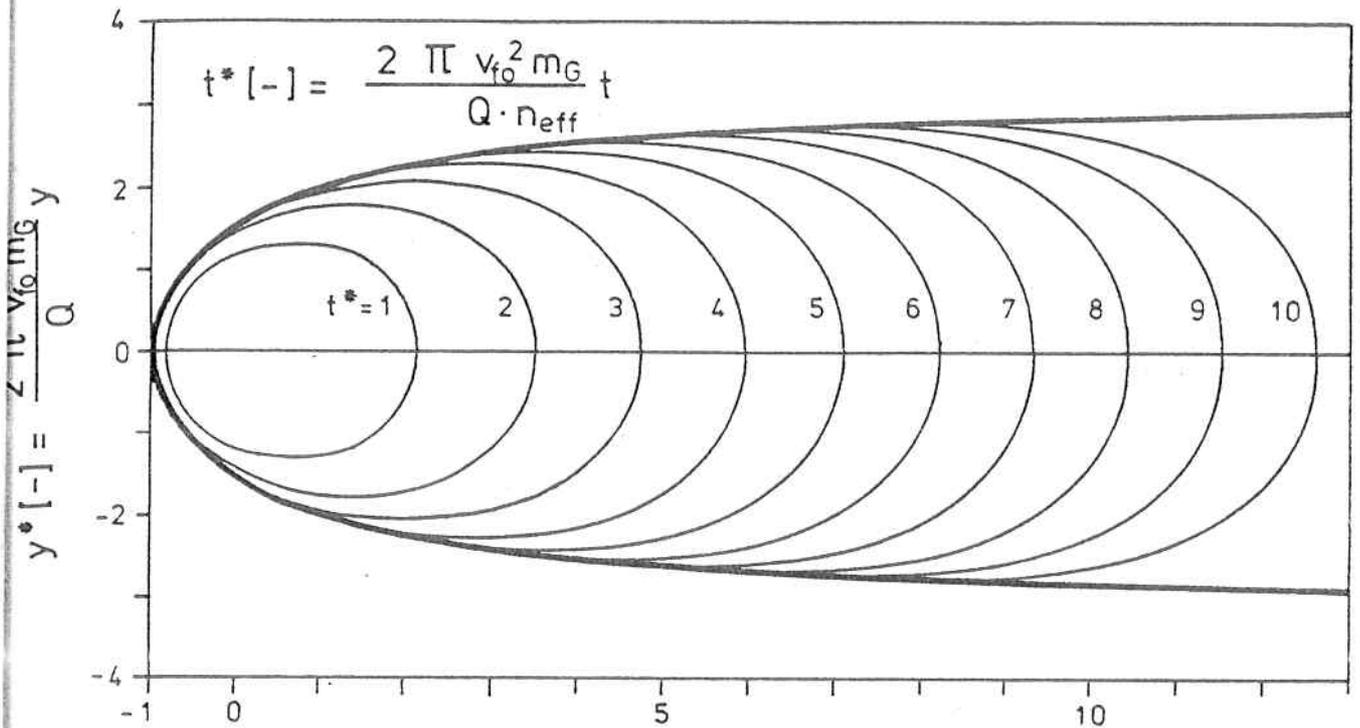
$$y^* = \frac{2 \pi v_{fo} m_G}{Q} \cdot y \quad (13)$$

ergibt sich folgende allgemeine Beziehung zwischen Verweilzeit und Abstand vom Schluckbrunnen:

$$t^* = y^* \cdot \operatorname{ctg} \beta + \ln \left( \frac{\sin \beta}{\sin (y^* + \beta)} \right) \quad (14)$$

$$\text{mit } \beta = \arctan y/x \quad (15)$$

Die Beziehung ist in Bild 5 aufgetragen.



$$x^*[-] = \frac{2 \pi v_{fo} m_G}{Q} x$$

Bild 5 Linien gleicher Verweilzeit

Für die Verweilzeiten längs der x -Achse gilt die Gleichung:

$$t^* = x^* - \ln (x^* + 1) \quad (16)$$

Die Beziehung ist in Bild 6 dargestellt.

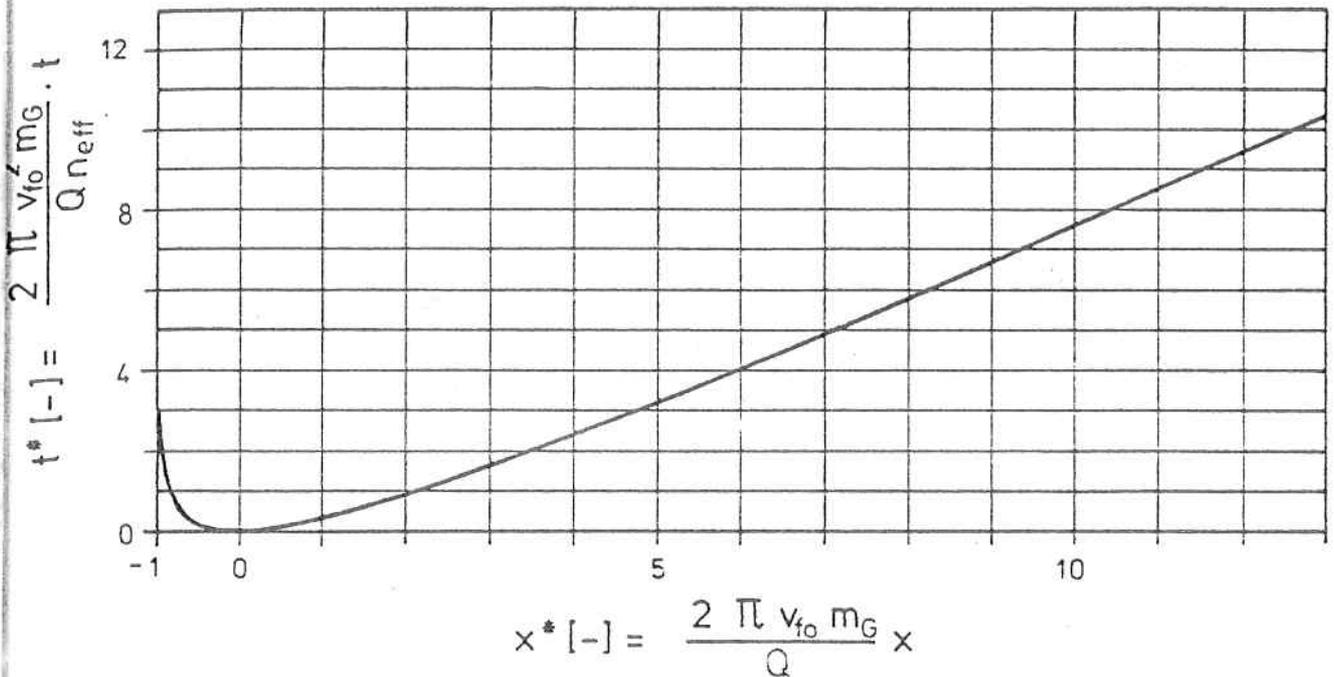


Bild 6 Verweilzeiten längs der x-Achse

## 6. Schluck- und Förderbrunnen in geringem Abstand

### 6.1 Kurzschlußströmung

Liegen die beiden Brunnen in geringer Entfernung ( $a < a_K$ ), fließt vom Schluckbrunnen Wasser dem Entnahmebrunnen zu (hydraulischer Kurzschluß). Der hydraulische Kurzschluß führt in aller Regel auch zu einem entsprechenden thermischen Kurzschluß, weil die Fließzeit zwischen den beiden Brunnen für den Abbau der Temperaturveränderung nicht ausreicht. Bild 7a zeigt die Stromlinien für den Fall, daß zwischen den Brunnen keine Kurzschlußströmung herrscht. Unterhalb des Entnahmebrunnens und oberhalb des Schluckbrunnens bilden sich Staupunkte, welche von der Mitte zwischen den beiden Brunnen den Abstand haben:

$$x_s = \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{Q \cdot a}{2 \pi m_G v_{fo}}} \quad (17)$$

In Bild 7c sind die Stromlinien bei Kurzschlußströmung dargestellt. Bild 7b zeigt den Strömungsfall, bei dem die Brunnen den kritischen Abstand  $a_K$  haben, d.h. gerade keine Kurzschlußströmung mehr auftritt. Für den Fall, daß der Entnahmekosten direkt oberstrom des Schluckbrunnens liegt, erhält man den kritischen Abstand  $a_K$  aus der Beziehung:

$$a_K = \frac{2 Q}{\pi m_G v_{fo}} \quad (18)$$

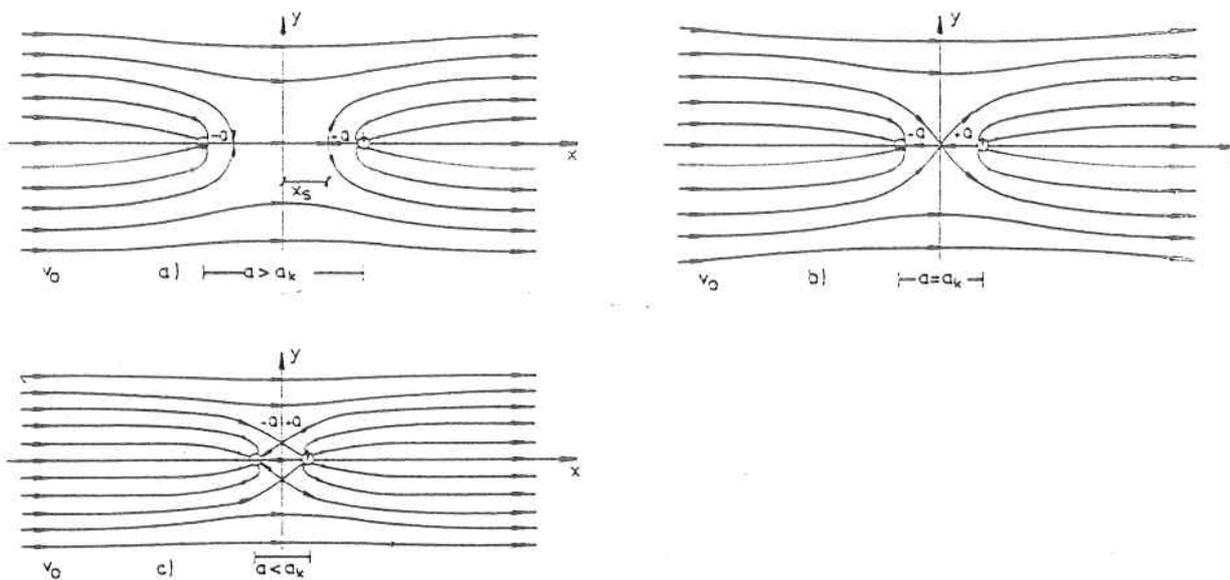


Bild 7 Stromlinien bei Brunnen mit und ohne Kurzschlußströmung

Die Größe des kritischen Abstandes  $a_K$  ist auch abhängig vom Winkel  $\alpha$  zwischen der Fließrichtung des unbeeinflussten Grundwassers und der Ausrichtung der Brunnen. Der geringste Abstand ergibt sich bei einem Winkel von  $\alpha = 50,4^\circ$ . Der Einfluß des Anström winkels  $\alpha$  wird durch den Faktor  $a_K^* = f(\alpha)$  erfaßt.

$$a_K = \frac{2 Q}{\pi m_G v_{fo}} \cdot a_K^* \quad (18a)$$

Die Beziehung für  $a_K^* = f(\alpha)$  ist in Bild 8 dargestellt.

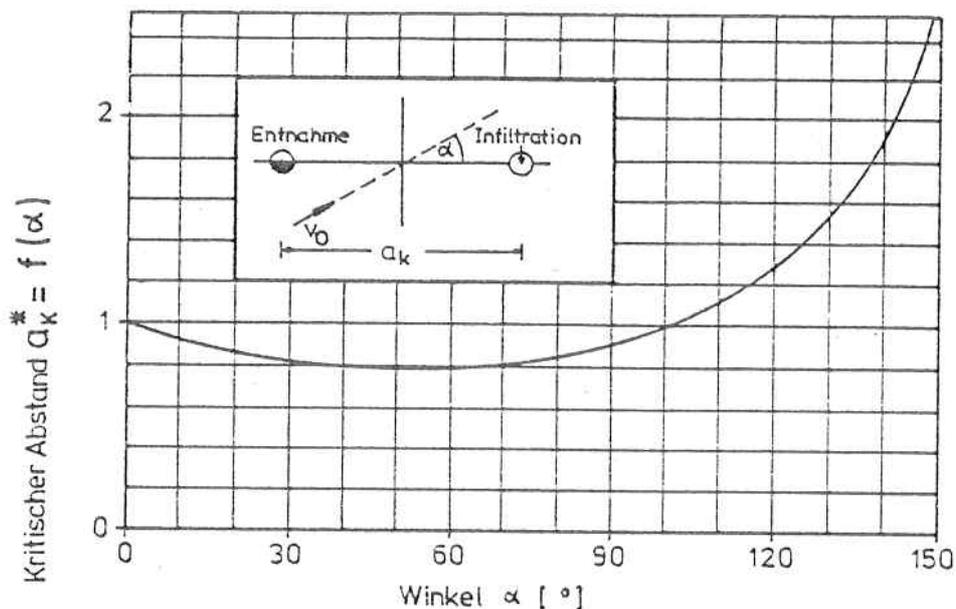


Bild 8 Abhängigkeit des kritischen Brunnenabstandes von der Fließrichtung des Grundwassers

Für den Fall, daß der Schluckbrunnen direkt unterstrom des Förderbrunnens liegt ( $\alpha = 0$ ) läßt sich der Anteil  $Q_R$  der Gesamtförderung  $Q$ , welcher dem Entnahmebrunnen vom Schluckbrunnen zufließt, berechnen nach der Beziehung:

$$Q_R = Q \frac{2}{\pi} \left( \arctan \sqrt{\frac{2Q}{\pi m_G v_{fo} a} - 1} - \frac{\pi m_G v_{fo} a}{2Q} \sqrt{\frac{2Q}{\pi m_G v_{fo} a} - 1} \right) \quad (19)$$

strecke zwischen Schluck- und Förderbrunnen keine nennenswerte Temperaturveränderung erfährt, muß zur Deckung des Wärmebedarfs entweder die Förderung oder die Abkühlungsspanne erhöht werden. Sofern die Abkühlungsspanne ( $\Delta T_E = \Delta T$  zul) nicht erhöht werden kann, wird die Förderung soweit gesteigert bis die Gleichung

$$Q = Q_R + Q_J \quad (20)$$

erfüllt ist. Dabei ist  $Q_J$  die aufgrund der gewählten Abkühlungsspanne erforderliche Wasserförderung im Jahresmittel. Durch die Steigerung der Wasserentnahme nimmt auch die Kurzschlußströmung zu. Durch Iteration kann ermittelt werden, für welches  $Q$  die Gleichungen (19) und (20) erfüllt sind.

## 6.2 Strömungs- und Temperaturfeld

Liegen die beiden Brunnen in sehr kleiner Entfernung voneinander, kann das großräumige Strömungsfeld näherungsweise durch eine Dipolströmung ersetzt werden. Im folgenden wird angenommen, daß der Dipol im Koordinatenursprung liegt. Die Stärke  $M$  des Dipols wird definiert als:

$$M = \frac{Q \cdot a}{2 \pi m_G} \quad (21)$$

Die folgenden Beziehungen sind gültig für den Fall, daß der Schluckbrunnen unterstrom des Entnahmebrunnens liegt ( $\alpha = 0$ ). Das Strömungsfeld einer solchen Dipolströmung zeigt Bild 9.

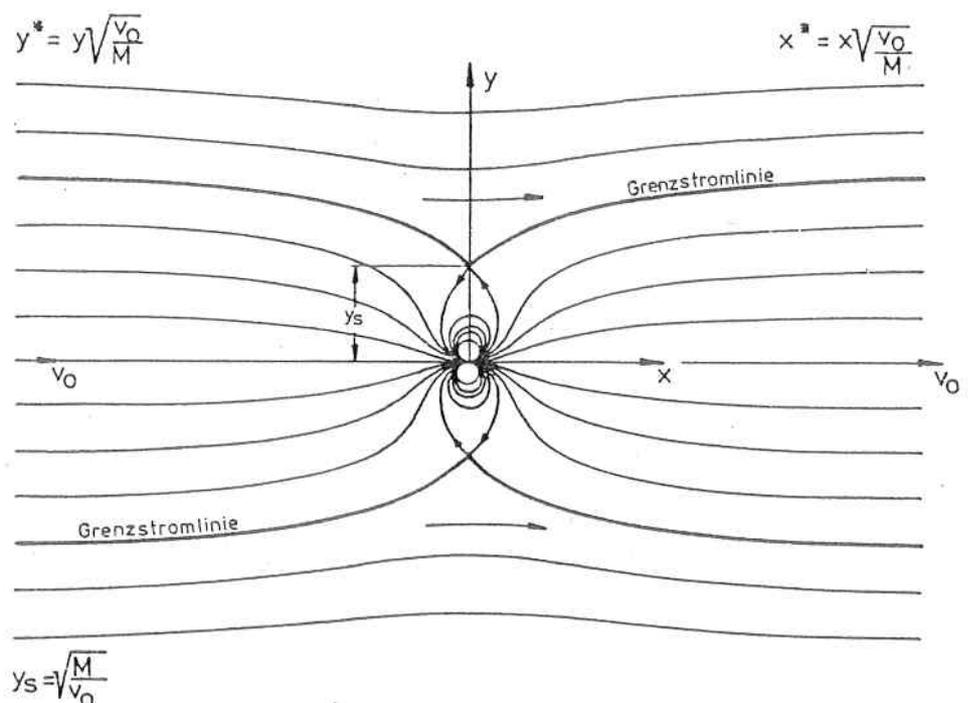


Bild 9 Strömungsfeld im Bereich eines Dipols

Die Gleichung der Grenzstromlinie (1. Quadrant) lautet:

$$x = \frac{y}{\tan \arccos \left( y \sqrt{\frac{v_{fo}}{M}} - 1 \right)} \quad (22)$$

In Höhe des Dipols ( $x = 0$ ) hat die Grenzstromlinie von diesem den Abstand:

$$y_s = \pm \sqrt{\frac{M}{v_{fo}}} \quad (23)$$

In sehr großer Entfernung vom Dipol erreicht der Infiltrationsbereich eine Breite von:

$$b_I = 4 \sqrt{\frac{M}{v_{fo}}} \quad (24)$$

Der Staupunkt auf der  $y$ -Achse nach Gleichung (23) ist nur für sehr kleine Brunnenabstände (reiner Dipol) gültig. Bei größeren Brunnenabständen erhält er die Größe:

$$y_s = \pm \sqrt{\frac{Q \cdot a}{2 \pi m_G v_{fo}} - \frac{a^2}{4}} \quad (25)$$

Die für die Abkühlung erforderlichen Verweilzeiten ergeben sich nach der Beziehung (10). Die Berechnung der Fließstrecken, welche während dieser Verweilzeiten durchflossen wurden, erfolgt mit Hilfe dimensionsloser Beziehungen.

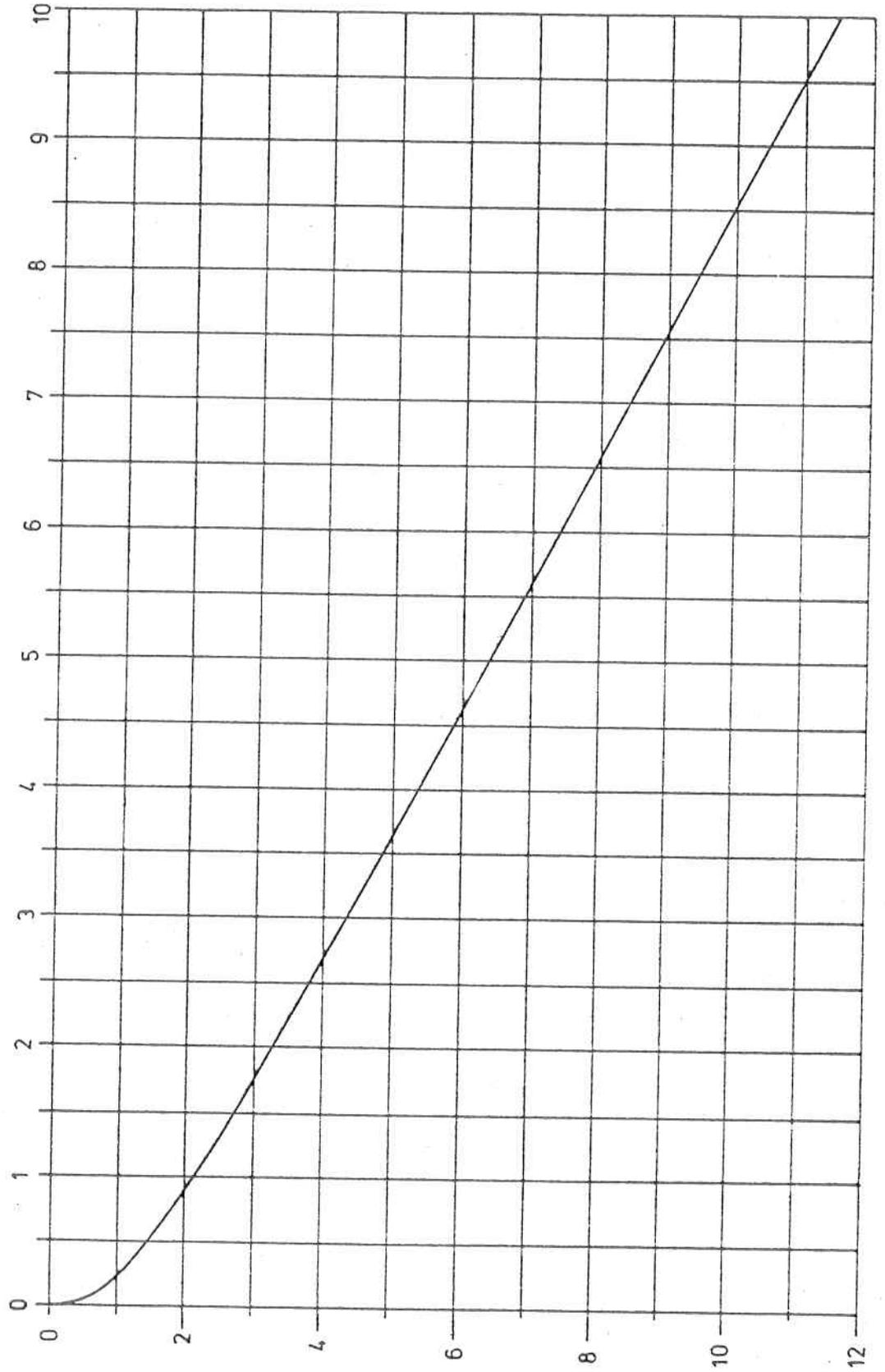
Die "dimensionslose Verweilzeit" bei Dipolströmungen mit Grundströmung hat die Form:

$$t^* = \frac{1}{n_{eff}} \sqrt{\frac{v_{fo}^3}{M}} \cdot t \quad (26)$$

Für die "dimensionslose Entfernung" gilt:

$$x^* = \sqrt{\frac{v_{fo}}{M}} \cdot x \quad (27)$$

$$t^* = \frac{1}{\rho_{eff}} \sqrt{\frac{V_{fo}^3}{M}} \cdot t$$



$$X^* = \sqrt{\frac{V_{fo}}{M}} \cdot X$$

Bild 10 Verweilzeiten längs der x-Achse einer Dipolströmung

Eine allgemeine Beziehung zwischen den Verweilzeiten und dem Abstand vom Dipol ist in geschlossener Form nicht möglich. Für die Verweilzeit längs der  $x$ -Achse gilt die Beziehung:

$$t^* = x^* - \arctan x^* \quad (28)$$

Sie ist in Bild 10 dargestellt.

### 6.3 Schräge Anströmung

Bei einer schrägen Anströmung des Dipols ( $\alpha \neq 0$ ) sind die im Kapitel 6.2 beschriebenen Beziehungen nicht gültig. Durch hydraulische Modelle, wie sie gewöhnlicherweise bei Grundwasseruntersuchungen Verwendung finden, können in diesen Fällen die Strömungsgeschwindigkeiten und Richtungen und damit die Verweilzeiten ermittelt werden.

In vielen Fällen sind auch grobe Näherungsberechnungen mit Hilfe der in Kapitel 5 und 6.2 beschriebenen Beziehungen möglich.

## 7. Berechnungsbeispiele

### 7.1 Schluckbrunnen ohne Beeinflussung durch Entnahme

1. Vorhaben: Beheizung eines Mehrfamilienhauses mit  $1000 \text{ m}^2$  Wohnfläche

Wärmebedarf während eines Jahres  $W = 5 \cdot 10^{11} \text{ J}$

Wärmebedarf im Jahresmittel  $P_0 = \frac{5 \cdot 10^{11}}{3600 \cdot 24 \cdot 365} = 15,8 \cdot 10^3 \text{ W}$

Jahresarbeitszahl der Wärmepumpe  $\beta = 3$

Wärmeentnahme aus dem Grundwasser

im Jahresmittel  $P = \frac{3-1}{3} \cdot 15,8 \cdot 10^3 = 10,6 \cdot 10^3 \text{ W}$

vorhandene Grundwassertemperatur  $T_0 = 10^\circ\text{C}$

niedrigste zulässige Rückgabetemperatur  $T_{\min} = 5^\circ\text{C}$

maximal zulässige Abkühlungsspanne  $\Delta T_{zul} = 5 \text{ K}$   
 gewählte Abkühlungsspanne  $\Delta T_E = 5 \text{ K}$   
 im Jahresmittel erforderliche Grundwasserentnahme  $Q_J = \frac{10,6 \cdot 10^3}{5 \cdot 4,19 \cdot 10^3 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$   
 Grundwassergefälle  $I = 1 \text{ ‰}$   
 Durchlässigkeit des Grundwasserleiters  $k_f = 10^{-3} \text{ m/s}$   
 Filtergeschwindigkeit des Grundwassers  $v_{fo} = 10^{-3} \cdot 10^{-3} = 10^{-6} \text{ m/s}$   
 effektiver Porenanteil des Grundwasserleiters  $n_{eff} = 0,15$   
 Mächtigkeit des vom Schluckbrunnen erschlossenen Grundwasserleiters  $m_G = 10 \text{ m}$   
 Mächtigkeit der Grundwasserüberdeckung  $m_D = 5 \text{ m}$   
 Wärmeleitzahl der Grundwasserüberdeckung  $\lambda = 2 \text{ W/mK}$

## 2. Grenzstromlinie

Der Staupunkt liegt bei

$$x_s = - \frac{5 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = - 8 \text{ m} \quad (6)$$

Die Grenzstromlinie für  $x = 0$  hat vom Schluckbrunnen den Abstand:

$$y_0 = \pm \frac{5 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = \pm 12,5 \text{ m} \quad (7)$$

Die Grenzstromlinie hat die Form:

$$x = \frac{y}{\tan\left(\pi - \frac{2 \pi \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-4}} y\right)} = \frac{y}{\tan(\pi - 0,126 y)}$$

y (m)	6	10	15	20	23	24	(5)
x (m)	-6,4	-3,2	5	28	93	203	

Der Infiltrationsbereich hat eine Breite von:

$$b_I = 4 \cdot 12,5 = 50 \text{ m} \quad (8)$$

Die Verweilzeit beträgt:

$$t = \frac{0,15 \cdot 10^3 \cdot 4,19 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 5}{2} \cdot \ln \frac{5}{\Delta T} = 15,7 \cdot 10^6 \cdot \ln \frac{5}{\Delta T} \quad (10)$$

Mit: (11)

$$t^* = \frac{2 \pi \cdot (10^{-6})^2 \cdot 10}{5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,15} \cdot t = 8,38 \cdot 10^{-7} \cdot 15,7 \cdot 10^6 \cdot \ln \frac{5}{\Delta T} = 13,16 \ln \frac{5}{\Delta T}$$

lassen sich die Werte  $x^*$  nach (16) bestimmen bzw. aus Bild 6 entnehmen.

Die gesuchten Werte  $x$  ergeben sich aus:

$$x = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{2 \pi \cdot 10^{-6} \cdot 10} x^* = 7,96 x^* \quad (12)$$

Die Berechnung mit Hilfe der Gleichungen (11) und (16) erfolgt tabellarisch:

$\Delta T$ (K)	$t^*$ (11)	$x^*$ (16)	$x$ (m) (12)
4	2,94	4,67	37
3	6,72	9,03	72
2	12,1	14,9	118
1	21,1	24,4	194
0,5	30,3	33,9	270
0,2	42,4	46,3	369

Entsprechend können mit Bild 5 bzw. der Gleichung (14) auch die Werte  $y$  bestimmt werden.

Das Temperaturfeld ist in Bild 11 dargestellt.

Die Abkühlung des Grundwasserleiters auf der errechneten Fläche entspricht bei einer spezifischen Wärme des Grundwasserleiters von  $c = 1,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg K}$ ,  $\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  einer Wärmemenge von  $W = 7 \cdot 10^{11} \text{ J}$ , d.h. etwa dem 1,4-fachen des jährlichen Energiebedarfs. Nicht berücksichtigt ist dabei die Abkühlung der Deckschicht und der Sohlschicht des Grundwasserleiters. Da außerdem während der Ausbreitung des Temperaturfeldes bereits Wärmeaustausch stattfindet, wird deutlich, daß erst nach sehr langer Zeit das Temperaturfeld etwa die errechnete Endausdehnung annimmt.

## 7.2 Schluck- und Förderbrunnen in geringem Abstand

1. Vorhaben: Beheizung eines Mehrfamilienhauses mit  $1000 \text{ m}^2$  Wohnfläche. Alle Angaben über Wärmebedarf, Untergrundverhältnisse und Grundwasser wie im Beispiel Kap. 7.1.

Der Förderbrunnen liegt in einem Abstand von  $a = 15 \text{ m}$  direkt grundwasser oberhalb des Schluckbrunnens.

2. Kurzschlußströmung

Mit  $\alpha = 0$  wird der kritische Abstand nach Bild 8:

$$a_K = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{\pi \cdot 10 \cdot 10^{-6}} \cdot 1 = 32 \text{ m} \quad (18)$$

Hydraulischer Kurzschluß ist vorhanden, weil

$$a = 15 \text{ m} < a_K = 32 \text{ m}$$

3. Zur Deckung des Wärmebedarfs erforderliche Wasserentnahme

Die Rückströmung beträgt:

$$Q_R = Q \frac{2}{\pi} \left( \text{arc tan} \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 15} - 1} - \frac{\pi \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 15}{2 \cdot Q} \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 15} - 1} \right) \quad (19)$$

Da eine merkliche Wiedererwärmung des eingeleiteten Wassers auf der kurzen Fließstrecke nicht stattfindet, gilt die Gleichung:

$$Q = Q_R + Q_J \quad (20)$$

Die Berechnung von  $Q$  mit Hilfe der Gleichungen (19) und (20) erfolgt tabellarisch:

$Q_{\text{geschätzt}}$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	$\sqrt{\frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 15}}$	$Q_R$ (19) ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	$Q = Q_R + Q_J$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
$0,6 \cdot 10^{-3}$	1,24	$0,150 \cdot 10^{-3}$	$0,650 \cdot 10^{-3}$
$0,7 \cdot 10^{-3}$	1,40	$0,213 \cdot 10^{-3}$	$0,713 \cdot 10^{-3}$
$0,72 \cdot 10^{-3}$	1,43	$0,226 \cdot 10^{-3}$	$0,726 \cdot 10^{-3}$
$0,73 \cdot 10^{-3}$	1,45	$0,232 \cdot 10^{-3}$	$0,732 \cdot 10^{-3}$

Die Temperatur des geförderten Wassers beträgt:

$$T = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 + 0,23 \cdot 10^{-3} \cdot 5}{0,73 \cdot 10^{-3}} = 8,4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

#### 4. Ausdehnung des Temperaturfeldes

Die Dipolstärke hat die Größe:

$$M = \frac{0,73 \cdot 10^{-3} \cdot 15}{2 \cdot \pi \cdot 10} = 1,74 \cdot 10^{-4} \quad (21)$$

Die seitliche Ausdehnung des Temperaturfeldes in Höhe des Dipols errechnet sich aus:

$$y_s = \pm \sqrt{\frac{0,73 \cdot 10^{-3} \cdot 15}{2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10^{-6}} - \frac{15^2}{4}} = 11 \text{ m} \quad (25)$$

Die Gleichung der Grenzstromlinie lautet:

$$x = \frac{y}{\tan \arccos \left( y \sqrt{\frac{10^{-6}}{1,74 \cdot 10^{-4}} - 1} \right)} \quad (22)$$

y (m)	16	18	20	22	24	26
x (m)	3,5	7,1	12,0	19,7	34,3	106

Die Breite des Infiltrationsbereiches beträgt:

$$b_I = 4 \sqrt{\frac{1,74 \cdot 10^{-4}}{10^{-6}}} = 52,8 \text{ m} \quad (24)$$

Die Verweilzeit wird bestimmt wie im Kap. 7.1:

$$t = \frac{0,15 \cdot 10^{-3} \cdot 4,19 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 5}{2} \ln \frac{5}{\Delta T} = 15,72 \cdot 10^6 \ln \frac{5}{\Delta T} \quad (10)$$

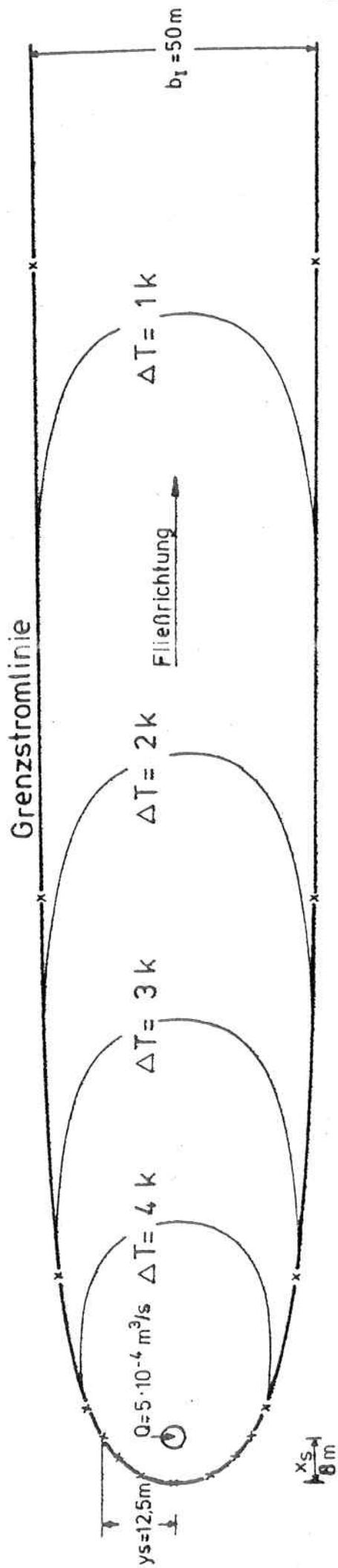
$$t^* = \frac{1}{0,15} \sqrt{\frac{(10^{-6})^3}{1,74 \cdot 10^{-4}}} \cdot 15,72 \cdot 10^6 \cdot \ln \frac{5}{\Delta T} = 7,94 \ln \frac{5}{\Delta T} \quad (26)$$

Für die Werte  $t^*$  erhält man aus der Beziehung (28) oder aus Bild 10 die entsprechenden Werte  $x^*$  und sodann die Entfernungen vom Dipol mit:

$$x = x^* \sqrt{\frac{1,74 \cdot 10^{-4}}{10^{-6}}} = 13,19 x^* \quad (27)$$

$\Delta T$ (K)	$t^*$ (26)	$x^*$ (28)	$x$ (m) (27)
4	1,77	3,02	40
3	4,06	5,45	72
2	7,28	8,75	115
1	12,78	14,28	188
0,5	18,28	19,8	261
0,2	25,56	27,1	357

# Schluckbrunnen ohne Beeinflussung durch Entnahme



# Schluck- und Förderbrunnen in geringem Abstand

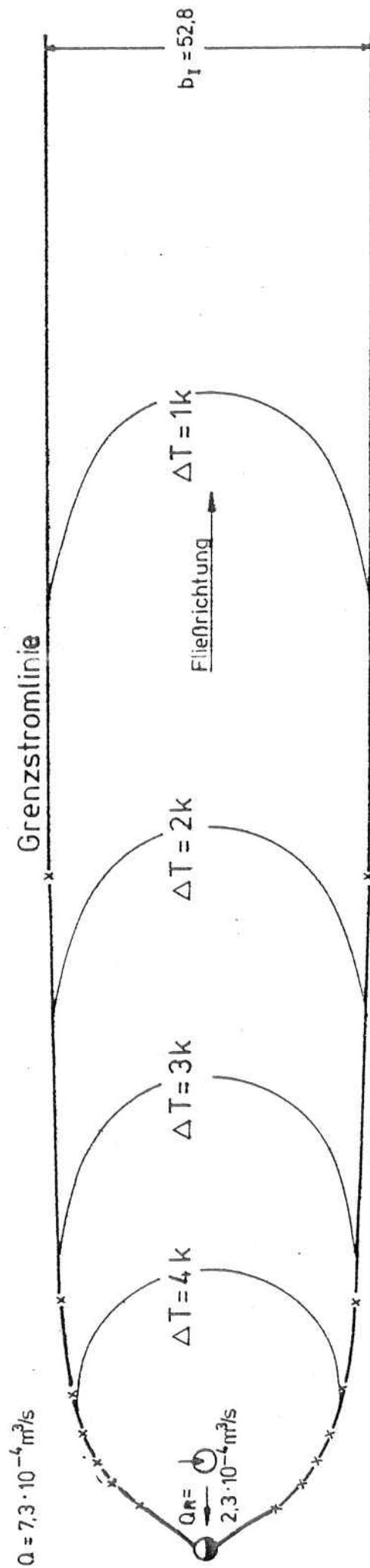


Bild 11 Temperaturfelder



## 8. Vermischungseffekte

Bei hohen Grundwasserfließgeschwindigkeiten und geringen Einleitungsmengen ergeben sich nach den Gleichungen (8) und (24) sehr kleine Infiltrationsbreiten. Tatsächlich wird es auch in diesen Fällen als Folge von Vermischungsvorgängen zu einer stärkeren Breitenausdehnung der Temperaturanomalie kommen. Die Temperaturentbreitung ähnelt dann der Ausbreitung eines Tracers im Grundwasser und hat wie diese ihre Ursache in molekularer Diffusion und Dispersion. Bei hohen Fließgeschwindigkeiten wird der Einfluß der Diffusion klein gegenüber der Dispersion. Die Diffusion bleibt daher im folgenden unberücksichtigt.

Die Dispersion hängt ab vom Aufbau des Grundwasserleiters. Bei inhomogenen Grundwasserleitern kann die Dispersion um Zehnerpotenzen größer sein als bei homogenen. Anhaltswerte für die Größe der transversalen Dispersivität  $\alpha_T$  gibt die Tabelle 2.

Grundwasserleiter	Transversale Dispersivität $\alpha_T$ [m]
Sand	0,001 bis 0,05
Kies	0,02 bis 0,1
Grobkies	0,1 bis 2

Tabelle 2: Charakteristische Zahlenwerte für  $\alpha_T$  (Literaturangaben Kobus 1979)

Bei hohen Grundwasserfließgeschwindigkeiten und geringer Wärme-einleitung bzw. -entzug erfolgt der Abbau der Temperaturanomalie durch Vermischung in so kurzer Zeit, daß der Wärmeaustausch über die Erdoberfläche vielfach vernachlässigt werden kann. Er bleibt im folgenden unberücksichtigt.

Bei homogenen Grundwasserleitern ist es gerechtfertigt, näherungsweise anzunehmen, daß der Abbau der Temperaturanomalie beiderseits der Stromlinie durch die Eingabestelle entsprechend einer Gauß'schen Glockenkurve (Dichtefunktion der Normalverteilung) abnimmt, wobei der Streuungswert der Dichtefunktion proportional der Wurzel der Fließstrecke zunimmt. Damit beträgt der Schnittpunkt der Isotherme  $\Delta T$  mit der x-Achse, d.h. mit der Stromlinie durch den Schluckbrunnen:

$$x_0 = \frac{1}{4 \pi \alpha_T} \left( \frac{Q \Delta T_E}{m_G v_{fo} \Delta T} \right)^2 \quad (29)$$

Die Gleichung der Isotherme für  $x \leq x_0$  lautet:

$$y = \pm \sqrt{4 \alpha_T x \ln \left( \frac{Q \Delta T_E}{m_G v_{fo} \Delta T \sqrt{4 \pi \alpha_T x}} \right)} \quad (30)$$

Erfolgt die Wärmeeinleitung oder der Wärmeentzug im jahreszeitlichen Turnus, ist bei hohen Grundwasserfließgeschwindigkeiten die Annahme eines quasistationären Vorganges nicht mehr gerechtfertigt. Der Berechnung der Temperaturanomalie sollten daher Mittelwerte kürzerer Zeitspannen (Monat, Vierteljahr) zugrunde gelegt werden.

Bei hohen Grundwasserfließgeschwindigkeiten in geschichteten Grundwasserleitern breitet sich die Temperatur vornehmlich mit dem in den gut durchlässigen Schichten fließenden Grundwasser aus. Die maßgebende Grundwassermächtigkeit ist entsprechend festzulegen.

Bei mittleren Grundwasserfließgeschwindigkeiten ist vielfach zweifelhaft, ob eine Berechnung unter Berücksichtigung des Wärmeaustausches über die Erdoberfläche (Kap. 3 bis 7) oder nach diesem Verfahren die tatsächlichen Gegebenheiten besser

erfaßt. In diesen Fällen sollte nach beiden Verfahren gerechnet werden. Maßgebend sind dann die Ergebnisse desjenigen Verfahrens, nach welchem sich längs der X-Achse die kürzeste Reichweite der Temperaturanomalie ergibt.

Das Berechnungsverfahren wird am folgenden Beispiel erläutert:

Maßgebende Einleitung	$Q = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$
Abkühlungsspanne	$\Delta T_E = 5 \text{ K}$
Filtergeschwindigkeit	$v_{fo} = 10^{-4} \text{ m/s}$
Transversale Dispersivität	$\alpha_T = 0,5 \text{ m}$
maßgebende Mächtigkeit des Grundwasserleiters	$m_G = 2 \text{ m}$

Nach Gleichung (29) ergibt sich:

$\Delta T$	4	3	2	1	0,5	0,2
$x_o$	1,55	2,76	6,22	24,9	100	622

Die Werte  $y$  errechnen sich nach Gleichung (30)

$y$  -Werte

	1	2	5	10	20	50	100
4	0,66	-	-	-	-	-	-
3	1,01	0,80	-	-	-	-	-
2	1,35	1,51	1,04	-	-	-	-
1	1,79	2,25	2,83	3,02	2,09	-	-
0,5	2,14	2,80	3,87	4,79	5,66	5,86	-
0,2	2,54	3,39	4,91	6,43	8,29	11,23	13,52

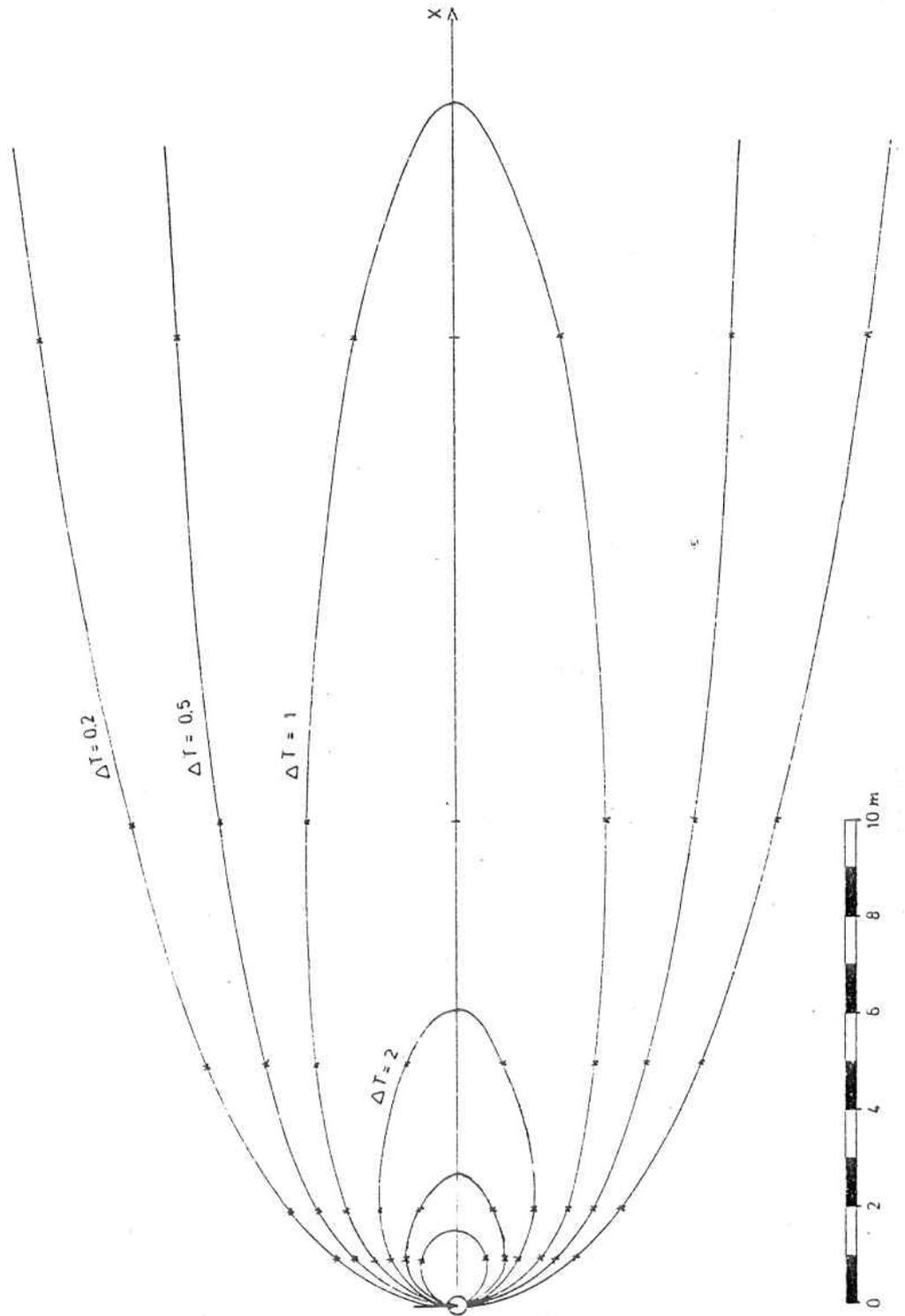


Bild 12 Temperaturfeld

9. Begriffe und Formelzeichen

Zeichen	Benennung	Einheit	Bemerkungen
a	Brunnenabstand	m	Abstand zwischen Schluck- und Förderbrunnen
$a_K$	kritischer Brunnenabstand	m	Abstand zwischen Schluck- und Förderbrunnen, bei dem gerade keine Kurzschlußströmung stattfindet
$a_K^*$	Einflußfaktor des Fließwinkels auf den kritischen Brunnenabstand	-	Dimensionsloser Rechenfaktor
$b_I$	Breite des Infiltrationsbereiches	m	In sehr großer Entfernung von der Eingabestelle
c	spezifische Wärme	J/kg K	
$c_w$	spezifische Wärme des Wassers	J/kg K	$c_w = 4,19 \cdot 10^3$ J/kg K
I	Standrohrspiegelgefälle des Grundwassers	-	
$k_f$	Durchlässigkeit des Grundwasserleiters	m/s	
$m_D$	Mächtigkeit der Grundwasserüberdeckung	m	Mächtigkeit der Schicht zwischen der Oberfläche des Grundwassers und der Erdoberfläche
$m_G$	Mächtigkeit des Grundwasserleiters	m	
M	Dipolstärke	$m^3/s$	
$n_{eff}$	effektiver, durchflußwirksamer Porenanteil	-	
P	Wärmestrom, Wärmeleistung	W, J/s	
p	Wärmestromdichte	W/m <sup>2</sup>	Auf die durchströmte Fläche bezogener Wärmestrom
Q	Entnahme bzw. Einleitung	$m^3/s$	

Zeichen	Benennung	Einheit	Bemerkungen
$Q_J$	Wärmespendende Entnahme im Jahresmittel	$m^3/s$	$Q_J = \frac{\text{Wärmeentn. aus d. GW}}{\Delta T \cdot c_w \cdot \rho_w}$
$Q_R$	Rückströmung	$m^3/s$	
$t$	Zeit	s	Verweilzeit des eingeleiteten Wassers im Grundwasser
$t^*$	Zeit, dimensionslos	-	Dimensionsloser Rechenfaktor
$T$	Temperatur	K bzw. °C	} $T (°C) = T (K) - 273$
$T_E$	Temperatur des eingeleiteten Wassers	K bzw. °C	
$T_o$	Temperatur des unbeeinflussten Grundwassers	K bzw. °C	
$\Delta T$	Abkühlungs- bzw. Aufheizspanne	K oder °C	
$\Delta T_E$	Abkühlungs- bzw. Aufheizspanne des eingeleiteten Wassers	K oder °C	
$\Delta T_{zul}$	zulässige Abkühlungs- bzw. Aufheizspanne	K oder °C	
$v_a$	Abstandsgeschwindigkeit	m/s	Geschwindigkeit, mit der ein Wasserteilchen eine an der Erdoberfläche fixierte, geradlinige Strecke $x$ zurücklegt.
$v_f$	Filtergeschwindigkeit	m/s	$v_a = \frac{v_f}{n_{eff}}$ Fiktive Geschwindigkeit nach DARCY Auf die durchflossene Fläche bezogener Durchfluß
$v_o$	Fließgeschwindigkeit des unbeeinflussten Grundwassers	m/s	
$v_{fo}$	Filtergeschwindigkeit des unbeeinflussten Grundwassers	m/s	
$W$	Wärmemenge, Wärmeenergie	J, W·s	

Zeichen	Benennung	Einheit	Bemerkungen
x	Ordinate in Grundwasserfließrichtung	m	Koordinatennullpunkt ist der Dipol bzw. der nicht durch ein Entnahme beeinflusste Schluckbrunnen
y	Ordinate rechtwinklig zur Grundwasserfließrichtung	m	
$x_s, y_s$	Staupunkte	m	Abstand der Punkte vom Koordinatennullpunkt
$y_o$	Schnittpunkte der Grenzstromlinie mit der y -Ordinate		
$x^*, y^*$	Ordinaten, dimensionslos		Dimensionslose Rechenfaktoren
$\alpha$	Fließwinkel	°	Winkel zwischen der Fließrichtung des nicht beeinflussten Grundwassers und der Ausrichtung des Dipols
$\alpha_T$	transversale Dispersivität	m	
$\beta$	Jahresarbeitszahl	-	Über das Jahr gemittelte Leistungs-zahl
$\epsilon$	Leistungszahl	-	Die Leistungszahl gibt an, das Wievielfache der erforderlichen elektrischen Energie an Heizenergie gewonnen wird
$\lambda$	Wärmeleitzahl	W/m K	
$\rho$	Dichte	kg/m <sup>3</sup>	
$\rho_w$	Dichte des Wassers	kg/m <sup>3</sup>	$\rho_w = 10^3 \text{ kg/m}^3$